Bab
11

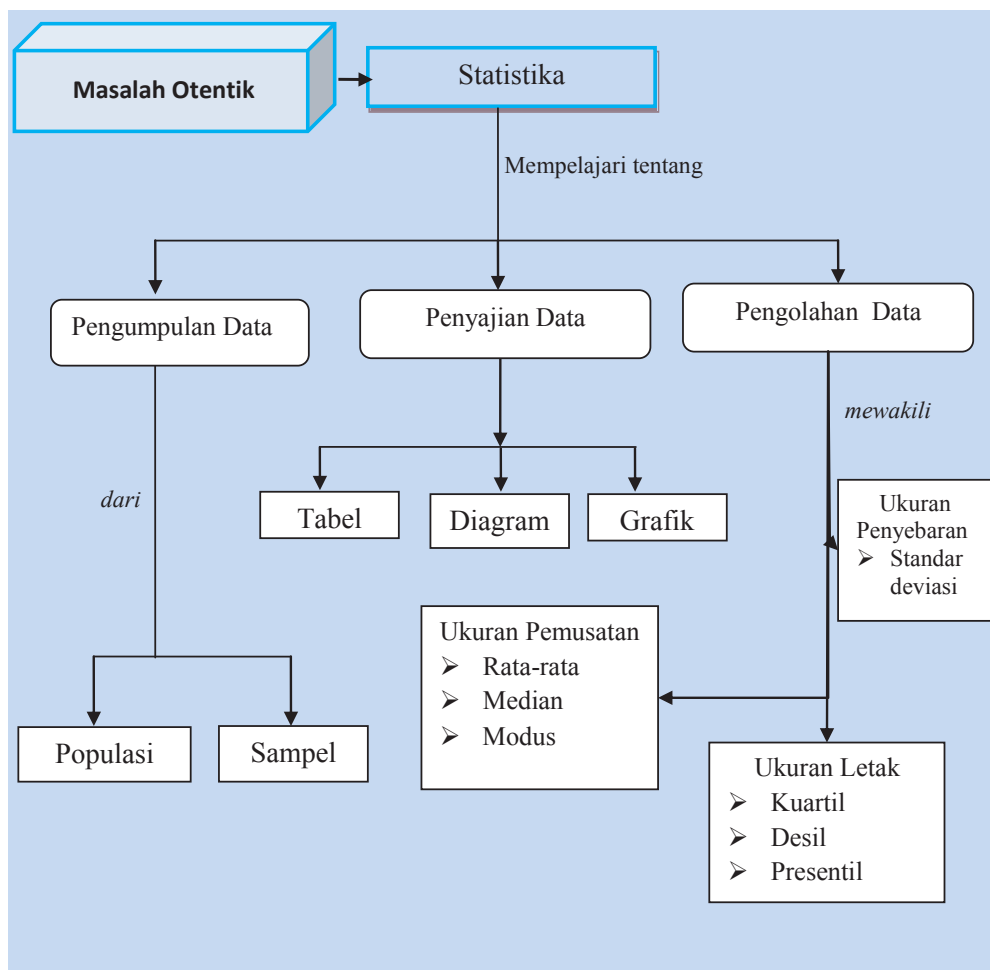
Statistika

A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
Melalui proses pembelajaran statistika, siswa mampu 1. menghayati pola hidup disiplin, kritis, bertanggungjawab, konsisten, dan jujur serta menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari; 2. menghayati kesadaran hak dan kewajiban serta toleransi terhadap berbagai perbedaan di dalam masyarakat majemuk sebagai gambaran menerapkan nilai-nilai matematis; 3. menghayati rasa percaya diri, motivasi internal, dan sikap peduli lingkungan melalui kegiatan kemanusiaan dan bisnis dan dalam kehidupan sehari-hari; 4. memahami berbagai penyajian data dalam bentuk tabel atau diagram/plot yang sesuai untuk mengkomunikasikan informasi dari suatu kumpulan data melalui analisis perbandingan berbagai variasi penyajian data; 5. menyajikan data nyata dalam bentuk tabel atau diagram/plot tertentu yang sesuai dengan informasi yang ingin dikomunikasikan.	Melalui pembelajaran materi statistika, siswa memperoleh pengalaman belajar: • melatih berpikir kritis dan kreatif; • mengamati keteraturan data; • berkolaborasi, bekerja sama menyelesaikan masalah; • berpikir Independen mengajukan ide secara bebas dan terbuka; • mengamati aturan susunan objek.

Istilah Penting

- *Mean (rata-rata)*
- *Ukuran Pemusatan*
- *Ukuran Letak*
- *Median*
- *Modus*
- *Kuartil*
- *Desil*

B. PETA KONSEP

C. MATERI PEMBELAJARAN

1. Data Tunggal

Pada subbab ini, akan dipelajari data-data yang muncul dalam kehidupan sehari-hari. Data merupakan hal yang sangat diperlukan untuk memberikan keterangan atau informasi yang diperoleh dari suatu pengamatan. Data dapat berupa angka, lambang, ataupun karakteristik. Data yang diperoleh sebaiknya merupakan data yang sifatnya merupakan perwakilan dari kejadian. Selain itu data juga harus objektif sesuai dengan kenyataan dan memiliki hubungan terhadap permasalahan/kejadian yang akan diselesaikan. Secara umum, dari suatu data dapat digali informasi-informasi penting sebagai pertimbangan seseorang untuk mengambil keputusan yang akan dilakukannya; misalnya, para pimpinan instansi atau pihak yang berkepentingan. Perhatikan masalah tingkat produksi pertahun beberapa UKM di Yogyakarta, tahun 2012.

Masalah-11.1

Data Tingkat Produksi Barang UKM di Yogyakarta

Sebuah lembaga survey menemukan bahwa terdapat 10 Usaha Kecil Menengah (UKM) yang tersebar di propinsi D.I. Yogyakarta yang memproduksi berbagai produk, seperti: kerajinan tangan, makanan kering, dan aksesoris. Lembaga survei tersebut memperoleh data produksi sepuluh UKM untuk tahun 2012 yakni sebagai berikut (dalam satuan Unit).

Tabel 11.1 Data Jumlah Produksi Barang UKM di Yogyakarta

UKM	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Jumlah Produksi (unit)	400	550	600	700	350	450	650	600	750	600

Berdasarkan data pada Tabel 11.1, lembaga survei ini memberikan data statistik kepada pemerintah (khususnya menteri keuangan dan perdagangan) untuk merespon keadaan UKM di Yogyakarta. Bagaimana harus menyusun informasi mengenai data tersebut?

Alternatif Penyelesaian

Untuk memudahkan pengolahan data tersebut, terlebih dahulu disajikan dalam tampilan yang lebih menarik.

a. Penyajian Data Tabel

Sebenarnya data yang diperoleh lembaga survei pada Tabel 11.1 sudah dalam bentuk tabel, tetapi mari kita sajikan dalam tampilan yang lebih menarik lagi, seperti Tabel 11.2 berikut ini.

Tabel 11.2 Data Jumlah Produksi Barang UKM di Yogyakarta

UKM	Jumlah Produksi (dalam satuan unit)
A	400
B	550
C	600
D	700
E	350
F	450
G	650
H	600
I	750
J	600
Total	**5.650**

Kemudian, lembaga tersebut ingin menyampaikan informasi tentang rata-rata tingkat produksi produk UKM di Yogyakarta, untuk dapat dibandingkan dengan tingkat produksi UKM di provinsi lain. Untuk data tunggal, rata-rata (*mean*) dirumuskan sebagai berikut.

$$Mean(\bar{x}) = \frac{\text{datum ke-1} + \text{datum ke-2} + \text{datum ke-3} + \ldots + \text{datum ke-}n}{\text{banyak datum}}$$

Untuk data di atas, diperoleh:

$$\bar{x} = \frac{400 + 550 + 600 + 700 + 350 + 450 + 650 + 600 + 750 + 600}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{5.650}{10} = 565$$

Artinya, rata-rata tingkat produksi setiap UKM di Yogyakarta pada tahun 2012 adalah 565 unit.

Selain rata-rata data tersebut, terdapat tiga UKM yang memiliki jumlah produksi yang sama, sebesar 600 unit. Dalam arti statistik, dari 10 data yang tersaji, terdapat datum yang paling sering muncul, yaitu 600.

Definisi 11.1

Datum yang paling sering muncul disebut modus.

Jadi, modus data dari Tabel 11.1 adalah 600.

Jika data terendah diurutkan sampai data tertinggi, diperoleh urutan data Tabel 11.1 sebagai berikut.

350, 400, 450, 550, 600, 600, 600, 650, 700, 750

Jika data tertinggi dikurang dengan data terendah diperoleh:

Datum tertinggi – datum terendah = 750 – 350
= 400.

Hasil pengurangan ini dalam statistik disebut dengan jangkauan data (*range*). Pada data di atas, diperoleh jangkauannya 400.

Sifat-1

Jangkauan Data = Datum tertinggi – Datum terendah = $x_{maks} - x_{min}$

Dari urutan data tersebut diperoleh nilai tengah data (*median*). Nilai tengah data (*median*) adalah statistik yang membagi dua data pada bagian yang sama.

350	400	450	550	600	600	600	650	700	750

Bagian-1 Bagian-2

Jadi median data $= \dfrac{600 + 600}{2} = 600.$

Catatan:
Ingat definisi datum sewaktu kamu di SMP!

Secara umum, formula untuk menentukan median, dirumuskan sebagai berikut:

- Jika banyak data genap, median dirumuskan:

Sifat-2

$$\text{Median} = \frac{\text{Datum ke}\left(\frac{n}{2}\right) + \text{Datum ke}\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2},\ n : \text{banyak data}$$

- Jika banyak data ganjil, median dirumuskan:

Sifat-3

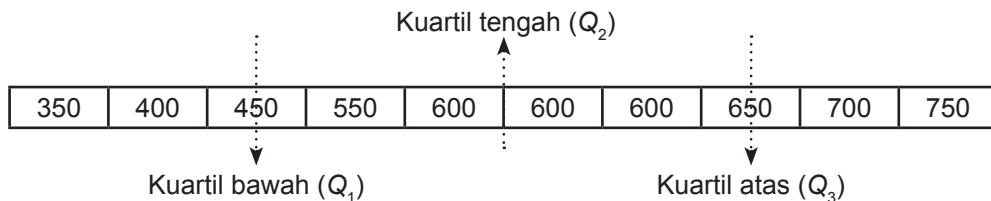
$$\text{Median} = \text{Datum nilai ke}\left(\frac{n+1}{2}\right),\ n : \text{banyak data},\ n : \text{genap}$$

Selanjutnya, lembaga survei tersebut ingin menyajikan data tersebut dalam empat bagian utama. Statistik yang membagi data menjadi empat bagian disebut Kuartil. Misalkan terdapat data $x_1, x_2, x_3 ..., x_n$ dengan $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \ldots \leq x_n$.

Kuartil satu (Q_1) atau kuartil bawah, kuartil dua (Q_2) atau kuartil tengah dan kuartil tiga (Q_3) atau kuartil atas, merupakan statistik yang membagi data menjadi empat bagian yang sama. Letak tiap kuartil didefinisikan sebagai berikut.

Sifat-4

$$\text{Letak } Q_i = \text{Datum ke-}\left(\frac{i(n+1)}{4}\right),\ n: \text{banyak data}$$

Letak Q_i tidak selalu pada posisi datum ke-i, mungkin juga terletak di antara dua datum. Untuk keadaan seperti ini, diggunakan pola pendekatan atau interpolasi. Melihat kembali data di atas, kita akan menentukan statistik yang membagi data menjadi empat bagian.

Letak Q_1 = Datum ke $\frac{1.(10+1)}{4}$ = Datum ke $2\frac{3}{4}$.

Artinya Q_1 terletak di antara datum ke-2 (x_2) dan datum ke-3 (x_3). Dengan pendekatan datum interpolasi berikut.

- $Q_1 = x_2 + \frac{3}{4}(x_3 - x_2) \Leftrightarrow Q_1 = 400 + \frac{3}{4}(450 - 400) = 437,5.$

Letak Q_2 = Datum ke $\frac{2(10+1)}{5}$ = Datum ke $5\frac{1}{2}$.

Analog dengan Q_1, Q_2 ditentukan melalui pendekatan datum interpolasi berikut.

- $Q_2 = x_5 + \frac{1}{2}(x_6 - x_5) \Leftrightarrow Q_2 = 600 + \frac{1}{2}(600 - 600) = 600.$

Sebagai catatan nilai $Q_2 = Median$.

Letak Q_3 = Datum ke $\frac{3(10+1)}{4}$ = Datum ke $8\frac{1}{4}$.

Analog juga dengan Q_1 dan Q_2, nilai statistik Q_3 dihitung melalui pendekatan datum interpolasi.

- $Q_3 = x_8 + \frac{1}{4}(x_9 - x_8) \Leftrightarrow Q_2 = 650 + \frac{1}{4}(700 - 650) = 662,5.$

Kembali ke persoalan kita di atas.

Dengan adanya nilai Q_1, Q_2 dan Q_3, lembaga survei tersebut ingin menyajikan statistik lima serangkai, yaitu statistik yang terdiri dari: datum minimum, datum maksimum, Q_1, Q_2, dan Q_3.
Susunan statistik lima serangkai ini, seperti berikut ini.

Q_2	
Q_1	Q_3
x_{min}	x_{max}

Untuk data di atas, statistik lima serangkainya adalah:

Q_2 = 600	
Q_1 = 437.5	Q_3 =662,5
x_{min} = 350	x_{max} = 750

Statistik terurut memiliki kuartil jika banyak data ≥ 4 , sebab kuartil Q_1, Q_2 dan Q_3 membagi data menjadi empat kelompok yang sama. Jika banyak data ≥ 10, maka data dibagi menjadi 10 kelompok yang sama, dengan tiap kelompok memiliki $\frac{1}{10}$ data. Ukuran statistik ini disebut *Desil*. Tentu saja terdapat 9 *desil*, yaitu D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, dan D_9.

Cara menentukan D_i pada suatu data tunggal, hampir sama dengan menentukan kuartil D_i pada data tunggal. Letak setiap D_i didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 11.2

Misalkan x_1, x_2, x_3, …, x_n dengan $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \ldots \leq x_n$.
Desil ke-*i* untuk data tunggal adalah:

$$D_i = \text{Datum ke } \frac{i.(N+1)}{10}$$

Letak D_i tidak selalu pada posisi datum ke-*i*, mungkin juga terletak di antara dua datum. Untuk keadaan seperti ini, kita mengggunakan pola pendekatan atau interpolasi.

Dalam kajian persoalan kita di atas, kita dapat menentukan D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, dan D_9.
Tentukan D_3 dan D_7.

Perhatikan kembali data di atas.

350	400	450	550	600	600	600	650	700	750

Langkah awalnya, kita tentukan letak D_3.

$$Letak\ D_3 = \text{datum ke } \frac{3(10+1)}{10} = \text{datum ke } 3\frac{3}{10}.$$

- $D_3 = x_3 + \frac{1}{10}(x_4 - x_3) = 450 + \frac{1}{10}(550 - 450) = 460.$

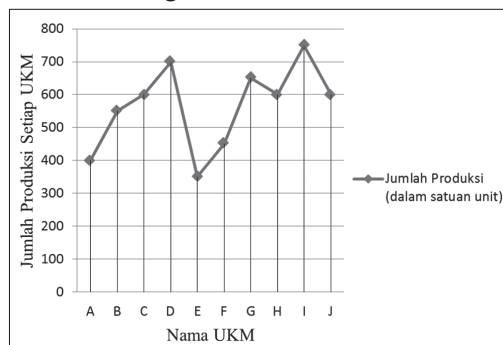
$$Letak\ D_7 = \text{datum ke } \frac{7(10+1)}{10} = \text{datum ke } 7\frac{7}{10}.$$

- $D_7 = x_7 + \frac{1}{10}(x_8 - x_7) = 600 + \frac{1}{10}(650 - 600) = 605.$

Untuk ukuran statistik desil yang lain, silahkan kamu tentukan dan cek dengan hasil kerjaan teman sekelasmu yang lain.

b. Penyajian Data dalam Diagram Garis (Line Diagram)

Penyajian data dalam diagram garis berarti, menyajikan data statistik dengan menggunakan garis-garis lurus yang menghubungkan komponen-komponen pengamatan (waktu dan hasil pengamatan jumlah produksi). Diagram garis biasanya digunakan untuk menggambarkan suatu kondisi yang berlangsung secara kontinu, misalnya data jumlah penduduk, perkembangan nilai tukar mata uang suatu negara, dan jumlah penjualan barang.

Untuk data jumlah Produksi UKM di Yogyakarta, jika dideskripsikan dalam diagram garis akan terbentuk sebagai berikut.

Gambar 11.1 Diagram garis jumlah produksi UKM di Yogyakarta

Tentunya, selain penyajian data tersebut, staf lembaga survei tersebut menyampaikan informasi bahwa,

- masih ada tiga UKM, yaitu UKM A, UKM E, dan UKM F hanya mampu menghasilkan produk UKM kurang dari 500 unit dalam tahun 2012,
- hanya satu UKM, yaitu UKM I yang mampu menghasilkan sebanyak 750 unit produk dalam tahun 2012.

Tolong bantu Staf tersebut untuk menyampaikan informasi penting mengenai jumlah produksi barang UKM di Yogyakarta, tahun 2012.

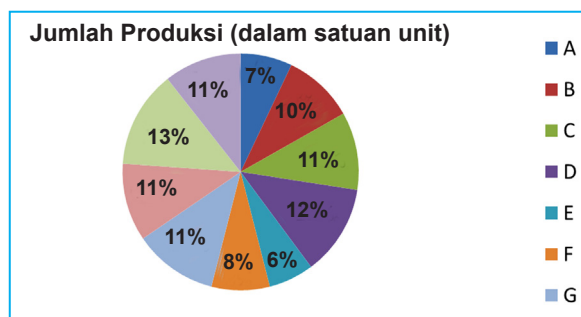
Selanjutnya, staf tersebut ingin menyampaikan data produksi UKM tersebut dalam tingkat persentase. Untuk itu diperlukan penyajian data dalam bentuk diagram lingkaran (*pie chart*).

c. Diagram Lingkaran (*Pie Chart*)

Melalui diagram ini, akan ditunjukkan besar persentase tingkat produksi tiap UKM. Total produk yang dihasilkan kesepuluh UKM tersebut adalah sebesar 5650 unit. Oleh karena itu, tingkat persentase produksi setiap UKM, didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 11.3

$$\%\text{ produksi UKM } X = \frac{\text{Jumlah Produksi UKM } X}{\text{Total Produksi Semua UKM}} . 100\%$$

Secara lengkap, persentase produksi setiap UKM, disajikan pada diagram berikut ini.

Gambar 11.2 Persentase tingkat produksi kesepuluh UKM

Setelah diagram lingkaran terbentuk, lembaga survei ingin merangkumkan informasi menarik dari data tersebut. Bantulah staf tersebut untuk memberikan informasi menarik dari diagram lingkaran di atas!

Selain ketiga penyajian data di atas, masih ada cara penyajian data yang lain. Misalnya dengan diagram batang (chart), dan diagram daun. Silahkan diskusikan dengan teman sekelasmu tentang penyajian data tersebut dengan diagram batang dan diagram daun.

Rata-Rata Gaji Buruh

Gaji buruh menjadi topik perbincangan di kalangan buruh dan kalangan pengusaha. Pada tahun 2012, menteri terkait dengan masalah ini merilis gaji buruh di 8 kota besar di negara tersebut sebagai berikut (dalam ratusan ribu rupiah)

Nama Kota	Besar Gaji
A	25
B	18
C	22
D	20
E	17
F	19
G	22
H	22,5

Berdasarkan data tersebut, menteri bermaksud menerapkan kenaikan gaji buruh bersifat situasional, yang disesuaikan dengan kondisi perkembangan perusahaan yang ada di kota tersebut. Hasil pembahasan dengan para pengusaha dari kelima kota tersebut adalah rumusan kenaikan gaji buruh dengan sistem subsidi silang.

Buruh yang memiliki gaji kurang atau sama dengan Rp 2.000.000 diberi kenaikan gaji sebesar 12% dan buruh yang memiliki gaji lebih dari Rp 2.000.000 diberi kenaikan gaji sebesar 8%. Berapakah rata-rata gaji buruh setelah mengalami kenaikan gaji?

Tabel berikut ini menyajikan besar kenaikan gaji di setiap kota.

Tabel 11.4 Besar Gaji Buruh Sebelum dan Sesudah Kenaikan Gaji di 8 Kota

Nama Kota	Besar Gaji	% Kenaikan Gaji	Nominal Kenaikan Gaji	Gaji setelah Kenaikan
A	Rp2.500.000,00	8%	Rp 200.000,00	Rp 2.700.000,00
B	Rp1.800.000,00	12%	Rp 216.000,00	Rp 2.016.000,00
C	Rp2.200.000,00	8%	Rp 176.000,00	Rp 2.376.000,00

Nama Kota	Besar Gaji	% Kenaikan Gaji	Nominal Kenaikan Gaji	Gaji setelah Kenaikan
D	Rp2.000.000,00	12%	Rp 240.000,00	Rp 2.240.000,00
E	Rp1.700.000,00	12%	Rp 204.000,00	Rp 1.904.000,00
F	Rp1.900.000,00	12%	Rp 228.000,00	Rp 2.128.000,00
G	Rp2.200.000,00	8%	Rp 176.000,00	Rp 2.376.000,00
H	Rp2.250.000,00	8%	Rp 180.000,00	Rp 2.430.000,00
Total	**Rp16.550.000,00**		**Rp1.620.000,00**	**Rp18.170.000,00**

Pada Tabel 11.4, memaparkan besar kenaikan gaji dan besar gaji yang diterima buruh setelah memperoleh persentasi kenaikan gaji.

Rata-rata gabungan gaji buruh yang baru dapat dihitung melalui rumus berikut.

$$\overline{x}_{Gab} = \frac{\overline{x}_A + \overline{x}_B + \overline{x}_C + \overline{x}_D + \overline{x}_E + \overline{x}_F + \overline{x}_G + \overline{x}_H}{8} = \frac{18.170.000}{8} = 2.271.250$$

Jadi, rata-rata besar gaji buruh setelah mendapat % kenaikan gaji adalah Rp. 2.271.250.

Selain rata-rata besar gaji buruh tersebut, dari tabel tersebut juga bisa kita tentukan rata-rata besar kenaikan gaji dan besar rata-rata gaji sebelum mendapat kenaikan.

Dengan menggunakan rata-rata kenaikan dan rata-rata gaji buruh sebelum kenaikan gaji, dapatkah kamu menentukan rata-rata besar gaji buruh setelah mendapat kenaikan gaji?

Masalah-11.2

Data Berpola Aritmetika

Sewaktu Pak Suprapto memiliki usaha “Toko Serba Ada”, beliau mampu menikmati hobinya sebagai kolektor barang-barang antik. Pada tahun 2011, data koleksi barang-barang tersebut memenuhi pola aritmetika berikut.

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{10}, a_{11}, a_{12}.$$

Sejak akhir tahun 2011, Pak Suprapto berhasil mengembangkan usaha tersebut menjadi supermarket. Kondisi ini juga berimbas terhadap kegemarannya, sedemikian sehingga barang-barang koleksi tersebut mengikuti pola:

$$a_1 + t, a_2 + t, a_3 + t, \ldots, a_{10} + t, a_{11} + t, a_{12} + t.$$

Selidikilah perubahan rata-rata dan median data di atas.

Alternatif Penyelesaian

Data tahun 2011, diketahui bahwa:

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{10}, a_{11}, a_{12}$ memiliki pola aritmetika. Artinya bahwa beda dua suku yang berurutan sama.

$$\overline{X}_{2011} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{10} + a_{11} + a_{12}}{12} = \frac{6(a_1 + 11b)}{12} = \frac{1}{2}(a_1 + 22b)$$

Karena $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{10}, a_{11}, a_{12}$ telah tersusun dari yang terkecil hingga yang tertinggi, maka median data tersebut adalah:

$$\text{Median} = \frac{\text{Data ke-6} + \text{Data ke-7}}{2} = \frac{a_6 + a_7}{2} = \frac{1}{2}(2a_1 + 11b)$$

Selanjutnya mari kita perhatikan pola data tahun 2012.

$(a_1 + t), (a_2 + t), (a_3 + t), \ldots, (a_{10} + t), (a_{11} + t), (a_{12} + t)$

$$\overline{X}_{2012} = \frac{(a_1 + t) + (a_2 + t) + (a_3 + t) + \ldots + (a_{10} + t) + (a_{11} + t) + (a_{12} + t)}{12} \frac{6(a_1 + 11b) + 12t}{12}$$

$$\overline{X}_{2012} = \frac{1}{2}(a_1 + 11b) + t.$$

Median data baru ditentukan:

$$\text{Median} = \frac{\text{Data ke-6} + \text{Data ke-7}}{2} = \frac{(a_6 + t) + (a_7 + t)}{2} = \frac{a_6 + a_7 + 2t}{2} = \frac{1}{2}(2a_1 + 11b) + t.$$

Perhatikan, bahwa pertambahan setiap nilai data sebesar t, mengakibatkan pertambahan rata-rata dan median data baru sebesar t. Sebagai kesimpulan dari data di atas adalah bahwa data yang berpola aritmetika memiliki nilai statistik rata-rata sama dengan nilai median. Meskipun ada perubahan pada data lama, selama perubahan data tersebut tetap mengikuti pola aretmatika, nilai kedua statistik juga tetap sama.

Latihan 11.1

Terdapat beberapa kemungkinan terhadap perubahan nilai data, di antaranya setiap nilai data mungkin akan berkurang sebesar q atau akan dikali sebesar p. Bagaimana perubahan nilai ukuran pusat data tersebut?

Masalah-11.3

Deviasi Rata-Rata

Diketahui x_1 = 3,5, x_2 = 5,0, x_3 = 6,0, x_4 = 7,5, dan x_5 = 8,0. Jika deviasi rata-rata nilai tersebut dinyatakan dengan rumus $\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{x_1 - \bar{x}}{n}\right|$. Tentukanlah deviasi rata rata data yang diketahui pada Masalah-11.2.

Alternatif Penyelesaian

Deviasi rata-rata merupakan ukuran statistik yang dapat digunakan untuk melihat variasi data. Dalam konteks penelitian karya ilmiah yang menyangkut statitika, nilai deviasi rata-rata mungkin menjadi nilai statistik yang penting.

Dalam soal di atas, sudah didefinisikan bahwa deviasi rata-rara adalah nilai mutlak setiap data terhadap rata-rata data. Oleh karena itu, kita perlukan rata-rata terlebih dahulu.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = \frac{20}{5} = 6.$$

$$\text{Deviasi rata-rata} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + |x_4 - \bar{x}| + |x_6 - \bar{x}|}{5}$$

$$= \frac{|3,5 - 6| + |5 - 6| + |6 - 6| + |7,5 - 6| + |8 - 6|}{5}$$

$$\text{Deviasi rata-rata} = \frac{2,5 + 1 + 0 + 1,5 + 2}{5} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

Jadi deviasi rata-rata data di atas adalah 1,4.

Uji Kompetensi 11.1

1 Data penjualan radio setiap bulan di suatu toko pada tahun 2002 adalah sebagai berikut: 20,3,9,11,4,12,1,9,9,12,8,10. Tentukanlah median, kuartil bawah, dan kuartil atas data tersebut.

2. Tahun lalu gaji awal 5 orang pegawai baru (dalam ribuan rupiah) sebagai berikut. 480, 360, 650, 700, 260. Dengan bertambahnya harga barang-barang kebutuhan pokok, pihak perusahaan memberikan kebijakan untuk kenaikan gaji mereka. Pegawai dengan gaji kurang dari Rp 500.000 mendapat kenaikan gaji sebesar 15% dan bagi pegawai dengan gaji lebih dari Rp 500.000 mendapat kenaikan 10%. Tentukanlah besarnya kenaikan gaji mereka.

3. Hasil survei tentang *lifespan* (rata-rata lama hidup) manusia di suatu komunitas adalah 40 tahun (terdiri atas dokter dan jaksa). Jika *lifespan* dokter adalah 35 tahun dan *lifespan* jaksa adalah 50 tahun. Tentukanlah perbandingan banyaknya jumlah dokter dan banyaknya dalam komunitas tersebut.

4. Diberikan data tentang tinggi badan 20 siswa (dalam cm) sebagai berikut.
156 158 160 `69 160
156 160 162 164 160
156 160 160 166 170
157 156 178 155 155
Deskripsikanlah data tersebut dalam bentuk diagram batang, kemudian tentukanlah ukuran pemusatannya.

5 Nilai ujian mata pelajaran Fisika diberikan dalam tabel berikut.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	3	5	4	6	1	1

Seorang siswa dinyatakan lulus jika nilai ujian siswa tersebut di atas rata-rata. Tentukanlah.
   a. Persentasi siswa yang lulus dan tidak lulus ujian mata pelajaran tersebut.
   b. Modus dan median data di atas.

6. Suatu data dengan rata-rata 16 dan jangkauan 6. Jika setiap nilai data dikali p kemudian ditambahkan $2q$, diperoleh data baru dengan jangkauan 9 dan rata-rata menjadi 30. Tentukanlah nilai $p + 3q$.

7. Tabel berikut menunjukkan usia 20 orang naik di kota A, 2 tahun lalu. Jika pada tahun ini 3 orang yang berusia 7 tahun dan seorang yang berusia 8 tahun pindah ke luar kota A.

Usia	Frekuensi
5	3
6	5
7	8
8	4

Hitunglah usia rata-rata 16 orang yang masih tinggal di kota tersebut.

8. Misalkan suatu data $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ dengan $x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$, yang memiliki $\overline{x}$, *modus*, *median*, *kuartil*, *jangkaun*. Jika semua nilai data dikali r, ukuran apakah yang mengalami perubahan?. Hitunglah perubahannya.
   Bagaimana perubah terhadap data jika semua nilai data ditambah sebesar s, kemudian hitunglah perubahannya.
9. Di suatu komunitas pecinta koleksi prangko, berniat untuk membantu bencana alam Gunung Merapi, pada tahun 2010. Dari kota Lamongan, rata-rata sumbangan 25 pilatelis adalah sebesar Rp 50.000. Setelah ditambahkan dengan sumbangan 15 pilatelis dari kota Sidoarjo, rata-rata kumulatif menjadi Rp 65.000. Hitunglah sumbangan rata-rata ke-12 pilatelis dari Sidoarjo.
10. Seorang penggemar bola, meng-idolakan 8 *striker* pemain bola terkenal, yaitu Cristiano Ronaldo, Leonil Messi, Carlos Teves, Roney, Fernando Torres, Podolski, Alexander Pato, dan Diego Milito. Pada tahun 2010, dia mencatat banyak gol yang dicetak mereka dalam satu pertandingan. Carlos Teves mampu mencetak $(x + 1)$gol, dan $(2x + 1)$ gol oleh Alexander Pato. Sedangkan 6 *striker* lainnya mencetak gol sebanyak :$(x + 2)$, $(x + 3)$, $(x + 4)$, $(x + 5)$, $(x + 6)$, $(x + 7)$. Jika rata-rata banyak gol yang dicetak oleh mereka adalah 7 gol. Tentukanlah banyak gol yang berhasil dicetak setiap striker pada satu pertandingan.

Projek

Himpunlah informasi berupa data statistik dalam bidang ekonomi, kependudukan, dan meteorologi yang menerapkan berbagai konsep dan aturan statistik dalam menganalisis data. Selesaikanlah masalah tersebut menerapkan aturan-aturan statistik yang sudah kamu pelajari. Buatlah laporanmu dan sajikan di depan kelas.

2. Penyajian Data Kelompok

Masalah-11.4

Kepala Sekolah SMA Negeri Unggulan ingin meningkatkan prestasi hasil belajar siswa. Untuk itu perlu diadakan evaluasi untuk melihat statistik berupa *mean*, modus, median dan lainnya. Guru matematika telah memiliki data nilai ulangan siswa kelas 10. Dapatkah kamu membantu guru matematika untuk menemukan statistik data tersebut?

Data ulangan siswa semester diperoleh:

79 80 70 68 92 48 90 92 85 76 48 90 92 85 76 88 7874 70 38
80 63 76 49 84 61 83 88 81 82 61 83 88 81 82 51 71 72 82 70
81 91 56 65 63 74 89 7390 97 60 66 98 93 81 93 72 91 67 88
75 83 79 86

Alternatif Penyelesaian

1. **Pengolahan Data**

Data di atas masih belum berurutan, cobalah mengurutkan data dimulai dari data terkecil hingga data terbesar

38 48 49 51 56 60 60 61 63 63 63 65 66 67 67 68 70 70 70 71
71 72 72 72 73 74 74 75 75 76 76 78 79 79 80 80 80 81 81 81
82 82 83 83 84 85 86 87 88 88 88 89 90 90 90 91 91 91 92 93
93 93 97 98

dari data yang telah terurut di atas dapat diperoleh:

- Data terbesar = 98 dan
  Data terkecil = 38
- Menentukan banyak kelas
  Menurut Sturges, jika data yang diamati banyaknya n dan banyak kelas adalah k, maka berlaku
  $k = 1 + 3,3 \log n$, sehingga,
  $$\begin{aligned}\text{banyaknya kelas} &= 1 + 3,3 \log 64\\ &= 1 + 3,3\ (1,806)\\ &= 1 + 5,9598 \approx 7\end{aligned}$$
- Menentukan panjang interval kelas
  $$\text{panjang kelas} = \frac{\text{jangkauan}}{\text{banyak kelas}}$$

$$= \frac{60}{7}$$
$$= 8,57 \approx 9$$

Adakah cara yang lain yang kalian temukan dalam menentukan panjang kelas?

- Menentukan batas kelas interval
  ambil data yang terurut di atas sembilan data
  $\underbrace{38\ 39\ 40\ 41\ 42\ 43\ 44\ 45\ 46}_{9}$, dapat ditulis

  kelas I = 38 – 46
  kelas II = 47 – 55
  :
  :
  dst.

- Menentukan frekuensi
  gunakanlah sistem turus (*tally*) untuk mencari frekuensi data

Tabel 11.4. Tabel frekuensi

Kelas	Turus (*Tally*)	Frekuensi
38 – 46	I	1
47 – 55	III	3
56 – 64	~~IIII~~ II	7
65 – 73	~~IIII~~ ~~IIII~~ IIII	14
74 – 82	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ II	17
83 – 91	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ I	16
92 – 100	~~IIII~~ I	6
Total		**64**

- Menentukan titik tengah
  Titik tengah diperoleh dari:

  Titik tengah = $\frac{1}{2}$[batas bawah + batas atas]

  dengan hasil pengolahan data di atas dapat disajikan tabel statistik sebagai berikut.

Tabel 11.5 Tabel Frekuensi

No	Kelas	Titik tengah	Frekuensi
1	38 – 4	42	1
2	47 – 55	51	3
3	56 – 64	60	7
4	65 – 73	69	14
5	74 – 82	78	17
6	83 – 91	87	16
7	92 – 100	96	6
Total			**64**

2. Nilai Statistik Data Berkelompok

- *Mean*

  Terdapat dua cara untuk menghitung data berkelompok yaitu:

  1. Menentukan Mean dengan Rumus Mean

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \ldots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_k}$$

dengan : f_i = frekuensi kelas ke-*i*

x_i = nilai tengah kelas ke-*i*

Langkah 1. Tentukan nilai tengah setiap kelas

Langkah 2. Hitung hasil kali frekuensi dengan nilai tengah (f_i, x_i) untuk setiap kelas

Langkah 3. Hitung mean dengan menggunakan rumus

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

dengan menggunakan langkah-langkah di atas diperoleh tabel frekuensi.

Tabel 11.6 Penghitungan Rata-rata *(Mean)*

No	Kelas	Titik tengah (x_i)	Frekuensi (f_i)	$f_i \cdot x_i$
1	38 – 46	42	1	42
2	47 – 55	51	3	153
3	56 – 64	60	7	420
4	65 – 73	69	14	966
5	74 – 82	78	17	1.326
6	83 – 91	87	16	1.392
7	92 – 100	96	6	576
Total			$\sum_{i=1}^{k} f_i = 64$	$\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot x_i = 4.875$

$$mean = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

$$mean = \frac{4.875}{65} = 76{,}17$$

2. Menentukan mean dengan rumus rata-rata sementara

$$\bar{x} = x_s + \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i d_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

dimana : f_i = frekuensi kelas ke-i
x_i = nilai tengah kelas ke-i

Langkah 1. Ambil nilai tengah dengan frekuensi terbesar sebagai mean sementara x_s.
Langkah 2. Kurangkan setiap nilai tengah kelas dengan *mean* sementara dan catat hasilnya dalam kolom $d_i = x_i - x_s$.
Langkah 3. Hitung hasil kali $f_i d_i$ dan tuliskan hasilnya pada sebuah kolom, dan hitung totalnya.
Langkah 4. Hitung *mean* dengan menggunakan rumus rataan sementara.

Langkah-langkah di atas diselesaikan pada tabel berikut:

Tabel 11.7 Perhitungan Rataan sementara

No	Kelas	Titik tengah (x_i)	Frekuensi (f_i)	$d_i = x_i - x_s$ $x_s = 78$	$-f_i \cdot d_i$
1	38 – 46	42	1	–36	–36
2	47 – 55	51	3	–27	–81
3	56 – 64	60	7	–18	–126
4	65 – 73	69	14	–9	–126

No	Kelas	Titik tengah (x_i)	Frekuensi (f_i)	$d_i = x_i - x_s$ $x_s = 78$	$-f_i.\ d_i$
5	74 – 82	78	**17**	0	0
6	83 – 91	87	16	9	144
7	92 – 100	96	6	18	108
Total			$\sum_{i=1}^{k} f_i = 64$		$\sum_{i=1}^{k} f_i = -117$

diperoleh:

$$\text{Mean} = x_s + \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i d_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

$$\text{Mean} = 78 + \frac{-117}{64} = 76{,}17$$

- Dapatkah kamu membandingkan yang terbaik dari kedua cara di atas?
- Dapatkah kamu memiliki cara yang lain dalam menentukan rataan (*mean*)?

- Modus
  dengan menggunakan rumus modus:

$$M_o = t_b + k\left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right]$$

dimana: M_o = modus; t_b = tepi bawah kelas modus; k = panjang kelas
d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya
d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya

Tabel 11.8 Perhitungan Modus

No	Kelas	Titik tengah (x_i)	Frekuensi (f_i)
1	38 – 46	42	1
2	47 – 55	51	3
3	56 – 64	60	7
4	65 – 73	69	14 } $d_1 = 3$
5	74 – 82	78	**17**
6	83 – 91	87	$d_2 = 1$ { 16
7	92 – 100	96	6

dari data di atas dapat ditentukan sebagai berikut.

Tampak modus terletak pada kelas 74 – 82 dengan frekuensi f = 17 dan panjang kelas k = 9. Oleh karena itu t_b = 73,5, dan d_1 = 1 – 14 = 3 serta d_2 = 17– 16 = 1, jadi, modus data di atas adalah:

$$M_o = t_b + k\left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right]$$

$$= 73,5 + 9\left[\frac{3}{3+1}\right]$$

$$= 73,5 + 6,75$$

$$M_o = 80,25$$

- Dengan menggunakan teknik histogram gambarlah serta tentukan modusnya?

- Median

dengan menggunakan rumus median:

$$\text{Median} = t_b + k\left[\frac{\frac{N}{2} - F}{f_m}\right]$$

dimana:

t_b = tepi bawah kelas median;
k = panjang kelas
N = banyak datum dari statistik terurut=
F = frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas median
f_m = frekuensi kelas median

dari data sebelumnya diperoleh k =9; t_b =73,5; N = 64; f_m = 17
diperoleh:

$$\text{Median} = t_b + k\left[\frac{\frac{N}{2} - F}{f_m}\right]$$

$$= 73,5 + 9\left[\frac{\frac{64}{2} - 25}{17}\right]$$

$= 73,5 + 3,705$
$= 77.205$

Apakah hubungan dari ketiga pemusatan data di atas? diskusikan dengan temanmu!

Uji Kompetensi 11.2

1 Data pada tabel di bawah ini tentang berat pada siswa 50 siswa.

Berat Badan (kg)	Frekuensi
31 – 36	4
37 – 42	6
43 – 48	9
49 – 54	14
55 – 60	10
61 – 66	5
67 – 72	2

Tentukanlah mean, median, modul dan kuartil (Q_1, Q_2, dan Q_3) dari data di atas.

2. Hasil observasi tentang berapa kali 18 siswi berhias dalam 1 hari sebagai berikut.

3	3	5	4	7	8	8	8	6
4	6	6	8	4	5	5	5	8

Ubahlah data di atas menjadi data berdistribusi frekuensi berkelompok. Kemudian deskripsikan data tersebut dalam diagram batang.

3. Gaji karyawan suatu pabrik ditampilkan dalam tabel berikut.

Gaji (× Rp 10.000)	Frekuensi
66 – 70	3
71 – 75	3
76 – 80	x
81 – 85	36
86 – 90	24
91 – 95	y
96 – 100	9

a) Jika modus data di atas adalah Rp 830.000, dan banyak data 120 , tentukanlah nilai $x–y$.

b) Dengan menggunakan nilai x dan y, tentukanlah nilai Q_1 dan Q_2.

c) Tentukan rata-rata gaji jika setiap data mendapat tambahan sebesar Rp 50.000.

Projek

Himpunlah minimal lima permasalahan dalam bidang ekonomi, kependudukan, dan meteorologi yang menerapkan berbagai konsep dan aturan statistik dalam menganalisis data. Selesaikanlah masalah tersebut menerapkan aturan-aturan statistik yang sudah kamu pelajari. Buatlah laporanmu dan sajikan di depan kelas.

D. PENUTUP

Berdasarkan materi yang telah kita uraikan di atas, beberapa konsep perlu kita rangkum guna untuk mengingatkan kamu kembali akan konsep yang nantinnya sangat berguna bagi kamu sebagai berikut.

1. Data adalah seluruh keterangan, informasi atau fakta tentang sesuatu hal atau permasalahan.
2. Data yang paling sering muncul disebut modus.
3. Jangkauan Data = Data tertinggi – Data terendah = $x_{maks} - x_{min}$.
4. Median adalah nilai tengah data, untuk data tunggal didefinisikan atas dua
   a. Untuk data genap
   $$\text{Median} = \frac{\text{Data ke-}\left(\frac{n}{2}\right) + \text{Data ke-}\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2},\ n: \text{banyak data}$$
   b. Untuk data ganjil
   $$\text{Median} = \text{Data ke-}\left(\frac{n+1}{2}\right),\ n: \text{banyak data}$$
5. Statistik yang membagi data menjadi empat bagian disebut *Kuartil*.
6. Statistik terurut memiliki kuartil jika banyak data ≥ 4, sebab kuartil Q_1, Q_2, dan Q_3 membagi data menjadi empat kelompok yang sama.
7. Statistik yang membagi data menjadi 10 bagian disebut *Desil*.
8. Jika banyak data ≥ 10, maka kita dapat membagi data menjadi 10 kelompok yang sama, dengan setiap kelompok memiliki $\frac{1}{10}$ data. Ukuran statistik ini disebut *Desil*.
9. *Mean* untuk data berkelompok didefinisikan dengan
   $$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_1 x_1}{\sum_{i=1}^{k} f_1} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots f_kx_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_k}$$
   dengan f_i = frekuensi kelas ke-i; x_i = nilai tengah kelas ke-i.
10. Mean untuk data berkelompok dengan rumusan rataan sementara didefinisikan dengan $\overline{x} = x_s + \frac{\sum_{i=1}^{k} f_1 d_1}{\sum_{i=1}^{k} f_1}$ dengan: f_i = frekuensi kelas ke-i; xi = nilai tengah kelas ke-i.

11. Modus untuk data berkelompok didefinisikan dengan $M_o = tb + k\left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right]$
dengan t_b = tepi bawah kelas modus; k = panjang kelas; d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya; d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya.

12. Median untuk data berkelompok didefinisikan dengan $\text{Median} = t_b + k\left[\frac{\frac{N}{2} = F}{f_m}\right]$

    Dengan t_b = tepi bawah kelas median; k = panjang kelas; N = banyak data dari statistik terurut = $\sum f_i$; F = frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas median; f_m = frekuensi kelas median.

13. Penyajian data statistik yang sudah terkumpul dapat disajikan dalam bentuk tabel dan diagram.

Beberapa hal yang telah kita rangkum di atas adalah modal dasar bagi kamu dalam belajar statistika. Konsep-konsep dasar di atas harus anda pahami dengan baik karena akan membantu dalam pemecahan masalah dalam kehidupan anda sehari-hari. Selanjutnya kita akan membahas tentang peluang dari suatu kejadian dengan melakukan berbagai percobaan.